

УДК 678.639.376

Кобец А.С., Дырда В.И.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РЕОЛОГИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ РЕЗИН УПРУГИХ РАБОЧИХ ОРГАНОВ МАШИН

Розглядається алгоритм знаходження реологічних параметрів гуми з використанням ядер Работнова та Ржаницьина.

DEFINITION OF RHEOLOGICAL PARAMETERS OF GUMS OF ELASTIC END-EFFECTORS OF MACHINES

The algorithm of a finding of rheological parameters of gum with use of kernels of Rabotnov and Rzhanytsyn is considered.

В современном машиностроении резина получила довольно широкое распространение в качестве конструкционного материала.

Для описания ее вязко-упругого поведения используются различные методы [1-7]; довольно широко используются ядра Работнова [1, 3-5] и Ржаницьина [2, 5-7].

В аграрном машиностроении резина используется в качестве рабочих органов машин, например, в качестве бил роторных очистителей корнеплодов от ботвы. При этом сами билы испытывают довольно сложное напряженное состояние [8, 9], а от их физико-механических характеристик зависит не только долговечность рабочих органов, но и качество технологического процесса. Обычно используются средненаполненные резины, вязко-упругие свойства которых наиболее целесообразно описывать с помощью ядер Работнова и Ржаницьина, которые соответственно имеют вид (1).

$$\mathcal{E}_\alpha(-\beta, t) = t^\alpha \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-\beta)^n t^{n(1+\alpha)}}{\Gamma[(n+1)(1+\alpha)]}, \quad \begin{cases} -1 < \alpha < 0; \\ \beta > 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$T(t) = At^{\alpha-1} e^{-\beta t}, \quad (0 < \alpha < 1; \beta < 0) \quad (2)$$

Для определения параметров этих ядер применяются метод наименьших квадратов, преобразование Лапласа [1] и метод совмещений [2]. Недостатком этих методов является большой объем вычислительных и графических работ и отсутствие рекомендаций по оценке точности полученных результатов. Известны [3-7] методы определения параметров ядра Работнова непосредственно по кривым релаксации.

Ниже остановимся подробнее на определении параметров ядра Ржаницьина [5].

Выражение для релаксирующего напряжения при постоянном уровне деформаций можно получить из уравнения Больцмана-Вольтерра

$$\sigma(t) = E \left[\varepsilon(t) - \int_0^t T(t-\tau) \varepsilon(\tau) d\tau \right], \quad (3)$$

где $\sigma(t)$ — напряжение,
 t — время,
 E — модуль упругости,
 $\varepsilon(t)$ — деформация,
 $T(t-\tau)$ — ядро релаксации.
 Полагая $\varepsilon(t) = \varepsilon_k - \text{const}$, имеем

$$\sigma(t) = E\varepsilon_k \left[1 - \int_0^t T(t-\tau) d\tau \right]. \quad (4)$$

Учитывая, что величина $\sigma(t)/\varepsilon_k = G(t)$ — модуль релаксации и $\sigma_0/\varepsilon_k = G_0$ — мгновенный модуль, уравнение (4) для случая деформации сдвига переписывается в виде

$$G(t) = G_0 \left[1 - \int_0^t T(t-\tau) d\tau \right]. \quad (5)$$

Для ядра релаксации $T = A \cdot t^{\alpha-1} e^{-\beta t}$ получаем

$$G(t) = G_0 \left[1 - \int_0^t A t^{\alpha-1} e^{-\beta t} dt \right] = G_0 \left[1 - \frac{A}{\beta^\alpha} \int_0^{\beta t} t^{\alpha-1} e^{-t} dt \right] = G_0 \left[1 - \frac{A}{\beta^\alpha} \gamma(\beta t, \alpha) \right], \quad (6)$$

где G_0 — мгновенный модуль сдвига;
 A , β , α — параметры ядра релаксации;
 $\gamma(\beta t, \alpha)$ — неполная гамма-функция.

Воспользовавшись приближенной формулой для неполной гамма-функции [6]

$$\gamma(\beta t, \alpha) \approx \frac{(\beta t)^\alpha}{\alpha} \quad (7)$$

для $0 < \alpha < 0,1$; $0 < \beta t < 0,5$, которая охватывает довольно большой промежуток времени ($0 < t < 300$ с при $\beta = 0,00166$) и имеет погрешность не более 5 %, для (6) получаем

$$\frac{G(t)}{G_0} = 1 - \frac{A}{\beta^\alpha} \gamma(\beta t, \alpha) \approx 1 - \frac{A}{\alpha} t^\alpha. \quad (8)$$

В соответствии с [5, 6] параметры A и α определяются по способу равных сумм на основании экспериментальных данных по определению релаксационного модуля.

В качестве образцов для экспериментальных исследований используются резинометаллические элементы типа «сэндвич» с размерами по резине: длина 0,1 м, ширина 0,06 м и высота 0,035 м. Образцы отбираются с одинаковой статической жесткостью. Отобранные пары образцов испытываются при мгновенном нагружении сдвиговыми деформациями на специальном стенде с регистрацией кривых релаксации и определением мгновенного и равновесного модулей [3]. Образцы изготовлены из резины на основании синтетического изопренового каучука СКИ-3 с

Параметр A определяется из системы (10); $A = 0,0088$. Параметр β находится из условия, что при $\beta t \rightarrow \infty$ (при больших временах, возьмем время достижения $G(t)$ равновесного значения G_∞ , $t = 1$ ч), неполная гамма-функция обращается в обычную гамма-функцию параметра $(1 + \alpha)$. При этом

$$1 - \frac{G_\infty}{G_0} = A\beta^{-\alpha} \frac{\Gamma(1+\alpha)}{\alpha};$$

$$\beta = \left[\frac{A\Gamma(1+\alpha)}{\alpha \left(1 - \frac{G_\infty}{G_0}\right)} \right]^{1/\alpha}.$$

При полученных значениях α и A величина $\beta = 0,00165 \text{ с}^{-1}$. Таким образом, значения параметров ядра Ржаницына равны: $\alpha = 0,04$; $A = 0,0088$ и $\beta = 0,00165 \text{ с}^{-1}$ для исследуемой резины. Погрешности в округлении экспериментальных данных приводят к погрешности в определении A и α порядка 2 % и 0,2 % соответственно.

В табл. 2 приведены расчетные значения $G(t_k)$ в соответствии с вычисленными параметрами α , A , β , которые достаточно хорошо согласуются с экспериментальными данными (среднеквадратическое отклонение составляет 5 % для ядра Ржаницына и 3 % для ядра Работнова). Таким образом, логичен вывод о возможности применения для описания реологических свойств средненаполненных резин ядра Ржаницына наряду с ядром Работнова.

Таблица 2 – Сравнительная таблица значений релаксирующего модуля

$t_k, \text{ с}$	$G(t_k), \text{ МПа эксперимент}$	$G(t_k), \text{ МПа расчет, ядро Работнова}$	$G(t_k), \text{ МПа расчет, ядро Ржаницына}$
0	2,413		
0,043	2,0491	2,024	1,944
0,08	1,964	1,980	1,930
0,252	1,923	1,920	1,911
0,505	1,907	1,886	1,896
0,742	1,886	1,870	1,889
1,483	1,849	1,845	1,872
1,796	1,807	1,840	1,867
3,590	1,805	1,830	1,853
4,146	1,802	1,815	1,850
8,290	1,800	1,799	1,834
10,00	1,798	1,796	1,831
20,00	1,795	1,783	1,829
40,00	1,792	1,774	1,797
60,00	1,790	1,768	1,788
80,00	1,789	1,766	1,780
100,00	1,788	1,765	1,776
120,00	1,786	1,764	1,771
180,00	1,784	1,762	1,759
300,00	1,782	1,753	1,747
360,00	1,742	1,744	1,676

Определить параметры α , β , A ядра Ржаницына можно и статистически. Уравнение (6) можно переписать в виде

$$G(t) = G_0 [1 - A_2 I(\beta t, \alpha)], \quad (11)$$

где
$$I(\beta t, \alpha) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^{\beta t} t^{\alpha-1} e^{-\beta t} dt;$$

A_2 — некоторая постоянная, определяемая из условия, что при $\beta t \rightarrow \infty$ функция $I(\beta t, \alpha) = 1$ или

$$\frac{G_0 - G(t)}{G_0 A_2} = I(\beta t, \alpha). \quad (12)$$

Функция (12) с точностью до постоянного множителя представляет известное гамма-распределение с плотностью вероятности

$$\rho(x) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} t^{\alpha-1} e^{-\beta t}, \quad 0 < \alpha < 1,$$

методика определения параметров которого достаточно полно разработана в теории распределений. Параметры α и β распределения определяются моментами — математическим ожиданием μ_1 и дисперсией μ_2 , которые заменяются оценками, полученными на основе обработки экспериментальных кривых. При решении полученных уравнений

$$\mu_1 = \frac{\alpha}{\beta};$$

$$\mu_2 = \alpha(\alpha + 1) \quad (13)$$

определяются параметры α и β

$$\alpha = \frac{\mu_1^2}{\mu_2 - \mu_1^2};$$

$$\beta = \frac{\mu_1}{\mu_2 - \mu_1},$$

причем параметр α — безразмерный, β — размерности c^{-1} . Для определения коэффициента A_2 с учетом условия, что при $\beta t \rightarrow \infty$ функция $I(\beta t, \alpha) = 1$, получаем

$$A_2 = \frac{G_0 - G_\infty}{G_0}.$$

Правильность принятой модели можно проверить по известным критериям согласия. Определение параметров ядра Ржаницына требует относительно большого числа наблюдений. Разработана программа, позволяющая получить параметры распределений и оценки их точности. Для экспериментальных значений релаксирующего модуля $G(t_k)$, приведенных в табл. 1, получены оценки параметров $\alpha = 0,32$; $\beta = 0,45$; $A = 0,037$. Полученные оценки параметров для ядра Ржаницына зависят от количества замеров. Эти значения можно использовать как оценки параметров

(в частности параметра β) при обработке кривых релаксации, основанной на численном преобразовании Лапласа [7] в случае ядер Работнова и Ржаницына.

Обработка кривой релаксации при ядре Ржаницына в случае, когда известен порядок β , приводит к формулам

$$r = \frac{1}{\ln(\rho/\rho_1)} \ln \frac{G_0 - \rho_1 G^L(\rho_1)}{G_0 - \rho_2 G^L(\rho_2)}; \quad \begin{array}{l} r = 1 + \alpha; \\ \rho_1 > |\beta|; \\ \rho_2 > |\beta|; \end{array}$$

$$A\Gamma(r)\beta^{-r} = \frac{G_0 - G_\infty}{G_0};$$

$$\beta = -\rho \left[\frac{G_0 - \rho G^L(\rho)}{G_0 - G_\infty} \right]^{1/r},$$

а при ядре Работнова $R(t) = \mathcal{E}_\alpha(-\beta, t)$ соответственно

$$\lambda = \frac{\chi}{\beta} = \frac{G_0 - G_\infty}{G_0};$$

$$\beta = \frac{G_0 - G^L(1)}{G_\infty - G^L(1)};$$

$$r = \frac{1}{\exp} \ln \left\{ \beta \left[1 - \frac{\lambda G_0}{G_0 - \rho G^L(\rho)} \right] \right\};$$

$$\chi = \lambda\beta.$$

где λ, β, χ — реологические параметры;

G_∞, G_0 — равновесное и мгновенное значения релаксирующего модуля;

ρ, ρ_1, ρ_2 — параметры преобразования Лапласа;

$G^L(\rho), G^L(\rho_1), G^L(\rho_2)$ — изображения по Лапласу функции релаксации параметров ρ, ρ_1, ρ_2 .

Для экспериментальных значений $G(t_k)$, приведенных в табл. 1, получены реологические параметры $\alpha = 0,625$; $\beta = 0,580$; $\lambda = 0,278$; $\chi = \lambda\beta = 0,995$ для ядра Работнова и $\alpha = 0,076$; $\beta = 0,040$; $A = 0,017$ для ядра Ржаницына.

В табл. 2 приведены расчетные значения релаксирующего модуля в случаях использования ядер Работнова и Ржаницына.

Сравнение расчетных значений $G(t)$ с экспериментальными позволяет сделать вывод о возможности определения реологических параметров ядер Работнова и Ржаницына непосредственно по кривым релаксации, а также об их адекватности при описании вязкоупругого поведения средненаполненных резин.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Работнов Ю.Н. Элементы наследственной механики твердых тел. —М.: Наука, 1977. —384 с.
2. Колтунов М.А. Ползучесть и релаксация. —М.: Высшая школа, 1976. —277 с.
3. Потураев В.Н., Дырда В.И., Круш Й.И. Прикладная механика резины. —Киев: Наукова думка, 1980.

—260 с.

4. Методика определения реологических параметров резиновых деталей при циклическом деформировании / Потураев В.Н., Круш И.И., Дырда В.И., Науменко Н.Н. — Киев: Наук. думка, 1970. — 27 с.
5. К вопросу об определении параметров ядер при описании вязкоупругого поведения резин / Дырда В.И., Мазнецова А.В., Спивак И.Л., Твердохлеб Т.Е.; АН УССР ИГТМ. — Днепропетровск, 1985. — Деп. в ВИНТИ № 5359 — 85.
6. Мальцев Л.Е. Об аналитическом определении параметров ядра Ржаницына-Колгунова // Механика композитных материалов. — 1979. — № 1. — С. 161-163.
7. Синайский Е.С. Об одном способе обработки кривых экспериментальной реологии // Механика твердого тела. — 1967. — № 6. — С. 127-130.
8. Кобець А.С. Теоретичні передумови визначення параметрів еластичних робочих органів бурякозбиральних машин // Геотехнічна механіка. — Днепропетровск: Поліграфіст, 2001. — Вып. 28. — С. 89-95.
9. Кобець А.С., Кобець О.М., Науменко М.М. Деформування пружного стержня відцентровими силами // Геотехнічна механіка. — Днепропетровск: ЧП «Авантаж», 2003. — Вып. 45. — С. 52-56.

УДК 678.021:678.7

Гоголев А.А., Дзюра Е.А., Смирнов А.Г.,
Закирова В.В.

СВОЙСТВА БРЕККЕРНЫХ РЕЗИН ДЛЯ ГРУЗОВЫХ ШИН «Р» С НОВЫМИ ОТЕЧЕСТВЕННЫМИ ТИПАМИ ТЕХНИЧЕСКОГО УГЛЕРОДА

Проведено оцінку нових вітчизняних типів технічного вуглецю N220, N330, N339 у рецептурі бреккерних гум для гумування металокорду вантажних шин «Р». Показана можливість застосування в рецептурі бреккерних гум шин «Р» технічного вуглецю марок «300».

PROPERTIES OF BREAKER RUBBERS FOR TRUCK TYRES «R» WITH NEW DOMESTIC TYPES OF CARBON BLACK

Estimation of new domestic types of carbon black N220, N230, N339 in the breaker rubbers formulation for rubberizing of steel cord for truck tyres «R» is carried out. The possibility of application of carbon black marks «300» in breaker rubbers formulation is shown.

Одним из путей повышения активности модифицирующих систем в бреккерных резинах является применение в их рецептуре новых перспективных материалов, в том числе и усиливающих наполнителей.

В настоящее время в резинах бреккера грузовых и легковых шин применяется технический углерод П234, в то же время в последние годы отечественная промышленность освоила широкий ассортимент новых типов технического углерода марок N разработанных в соответствии с классификацией ASTM. Кроме того, известно, что передовые зарубежные фирмы, как правило, применяют в резинах бреккерного типа технический углерод марок «300».

В данной работе представлены результаты исследований по влиянию ТУ П234 и новых отечественных типов техуглерода — N220, N330, N339 в сравнении с техуглеродом П234 на свойства бреккерных резин для обрезинки металокорда грузовых шин «Р».

Влияние технического углерода на эффективность модифицирующей системы — олигоэфирэпоксид (ОЭЭ) + РУ изучали [1] в резинах на основе полиизопренового каучука СКИ-3. Смеси изготавливались по типовой рецептуре для обкладки бреккера.